



Anno di fondazione 1824

Ricordo di Biagio Micale[†]

Maria Flavia Mammana & Mario Pennisi^{*}

Riassunto

Il 20 febbraio 2018, a Catania, è mancato improvvisamente Biagio Micale, Professore ordinario di Matematiche complementari all'Università di Catania. Avrebbe compiuto 72 anni il 16 novembre 2018. È stato membro della Commissione Italiana per l'Insegnamento della Matematica e presidente della sezione Mathesis di Catania. Ha coordinato il Nucleo di Ricerca Didattica che opera presso il Dipartimento di Matematica e Informatica dell'Università di Catania. L'attività scientifica ha riguardato vari aspetti della matematica. In particolare nel periodo che va dagli studi post-laurea al 1986 ha indirizzato la ricerca principalmente verso questioni di fondamenti della matematica riguardanti soprattutto le algebre universali, in particolare gli Ω -gruppi di Higgins, e i sistemi algebrici. A partire dal 1987 ha affrontato temi di ricerca riguardanti la Combinatoria, in modo particolare i t-design (sistemi di quadruple di Steiner, sistemi di terne e di quaterne orientate). Dal 1978 ha sviluppato un'ampia attività di ricerca riguardante tematiche di fondamenti della matematica e di didattica della matematica, con particolare riguardo per la geometria. Relativamente alla didattica della matematica, sviluppa una organica ricerca prevalentemente indirizzata su problemi riguardanti la didattica della geometria nelle scuole secondarie in relazione alle innovazioni contenute nei programmi di insegnamento in vigore o in via di sperimentazione. In modo particolare dà vita ad una serie di ricerche su problematiche didattiche legate allo sviluppo del tema sulle trasformazioni geometriche, avendo come obiettivo unitario quello di innestare e amalgamare tale tema con la tradizione "euclidea" dell'insegnamento della geometria nella nostra scuola.

Memories of Biagio Micale

Summary

On february 20th, 2018, in Catania, Biagio Micale, Professor of complementary Mathematics at the University of Catania, suddenly passed away. He would have turned 72 on november 16th 2018. He has been member of the Italian Commission for the Teaching of Mathematics and President of the Mathesis section of Catania. He coordinated the Didactic Research Unit at the Department of Mathematics and Computer Science of the University of Catania. His scientific activity covered various aspects of mathematics. In particular, from post-graduate studies to 1986 he focused his research mainly on issues of mathematical foundations concerning mainly universal algebras, in particular studied Ω -groups of Higgins and algebraic systems. Since 1987 he dealt with research topics on Combinatorics, in particular on t-design (Steiner quadruple systems, oriented triple and quadruple systems). Since 1978 he developed a wide research activity on topics related to mathematics and mathematics education, with particular regard to geometry. With regard

[†]Nota presentata nell'adunanza del 23 novembre 2018

^{*}e-mail: pennisi@dmi.unict.it, fmammana@dmi.unict.it

to math education, he developed an organic research mainly addressed on problems concerning the teaching of geometry in secondary schools in relation to the innovations contained in the teaching programs. In particular, he studies problems related to the theme on geometric transformations, in order to join this theme with the "Euclidean" tradition of teaching geometry in the Italian school.



Figura 1 - Prof. Biagio Micale

Il 20 febbraio 2018, a Catania, è mancato improvvisamente Biagio Micale, Professore di Matematiche complementari all'Università di Catania. Avrebbe compiuto 72 anni il 16 novembre 2018. Nato a Saponara (ME), Micale entra all'Università di Catania come studente nel 1965, dove si laurea in Matematica nel 1969 con il massimo dei voti e la lode discutendo una tesi dal titolo "Su un problema di programmazione convessa negli spazi di Banach", relatore il Prof. Giuseppe Santagati.

Nel 1969 viene nominato assistente incaricato di Algebra prima e di Istituzioni di Geometria Superiore; successivamente, nel 1971, a seguito di concorso, è nominato assistente ordinario di Geometria presso la Facoltà di Scienze MM.FF.NN. dell'Università di Catania.

Nel 1973 è professore incaricato di Calcolo delle Probabilità; nel 1974 è professore incaricato di Storia didattica della matematica e successivamente stabilizzato dal 1978. Idoneo alla prima tornata di idoneità a professore associato, nel 1983 è nominato professore associato presso a Facoltà di Scienze MM.FF.NN. dell'Università di Catania.

Nel 2001 risulta idoneo in una valutazione comparativa a posti di prima fascia per il settore disciplinare A01D presso l'Università di Siena e viene nominato professore ordinario di Matematiche complementari presso la Facoltà di Scienze MM.FF.NN. dell'Università di Catania.

È stato membro della Commissione Italiana per l'Insegnamento della Matematica dal 1992 al 1997, presidente della sezione Mathesis di Catania nel triennio 1999-2001 e membro dell'Accademia Gioenia dal 2003.

Ha coordinato il Nucleo di Ricerca Didattica che opera presso il Dipartimento di Matematica e Informatica dell'Università di Catania dal 1 novembre 2004 al 1 novembre 2010, quando è andato in pensione.

1 Le algebre universali

Micale inizia la sua attività scientifica, sotto la guida di Giovanni Dantoni, lavorando su problemi riguardanti le algebre universali, e in particolare gli Ω -gruppi di Higgins. La nozione di Ω -gruppo, introdotta da Higgins, contiene in particolare quelle di gruppo e di anello; lo sviluppo della relativa teoria (Higgins, Kurosh, Plotkin, ...) ha contribuito in modo considerevole alla unificazione e sistemazione di alcune fondamentali branche dell'algebra generale. Micale si inserisce in questo filone e studia alcuni tipi di Ω -gruppi privi di ideali propri e gli Ω -gruppi abeliani semplici [1]. Prendendo poi le mosse dalla nozione di relazione n -aria invariante di un'algebra (universale), introdotta da Dantoni, considera due tipi di relazioni definite su un'algebra e ne studia la loro invarianza. Applica i risultati trovati al caso degli Ω -gruppi e perviene alla caratterizzazione di alcune famiglie di Ω -gruppi (Ω -gruppi abeliani, Ω -anelli commutativi, Ω -anelli associativi) in termini di invarianza di opportune relazioni, [3]. Nel lavoro [5], insieme ad Alfredo Ferro, estende lo studio delle algebre di dato tipo di Dantoni al caso di sistemi algebrici le cui operazioni e relazioni si possono esprimere mediante formule ben formate di tipo qualunque di un linguaggio del 1° ordine. Sono studiati i modelli di una teoria S del 1° ordine in cui alcune date formule ben formate definiscono un modello di un'altra teoria T e si prova che tali modelli sono tutti e soli i modelli di una teoria S'_1 .

Chiude questo ambito di ricerca uno studio sulla decidibilità di frammenti della teoria degli insiemi [6] condotto in collaborazione con Domenico Cantone, Alfredo Ferro e Giuseppe Sorace. Tale lavoro fa parte di una serie di pubblicazioni realizzate nell'ambito di una ricerca sulla decidibilità di sottoteorie della teoria degli insiemi. Nel primo lavoro di questa serie (di A. Ferro, E.G. Omodeo e J.T. Schwartz) è stata provata la decidibilità della teoria non quantificata degli insiemi nel linguaggio $=, \in, \cup, \setminus$ denominata Multi-Level Syllogistic (in breve MLS), e di alcune sue semplici estensioni. Nel lavoro n. 6 vengono introdotte nuove tecniche di dimostrazione che permettono di provare la decidibilità di altre estensioni più complesse della teoria MLS. Più precisamente, tra le altre cose si dimostra che la decidibilità continua a mantenersi se la teoria MLS viene estesa con l'operatore unario che ad ogni insieme fa corrispondere il suo rango (nel senso di von Neumann).

2 La Combinatorica

Dal 1987 Micale sposta i suoi interessi su questioni di Combinatorica. La sua ricerca si indirizza a problemi riguardanti i t -design. M. Gionfriddo, C.C. Lindner e altri autori avevano studiato il problema consistente nel determinare l'insieme dei valori k per i quali è possibile costruire una coppia di sistemi di quadruple di Steiner di ordine v (brevemente SQS(v)) aventi esattamente k blocchi in comune. Micale, introdotto l'insieme $J_0[v]$, cioè l'insieme di tutti gli interi k tali che esiste una coppia di SQS(v) aventi in comune esattamente k blocchi disgiunti, determina l'insieme $J_0[v]$ per tutti i valori $v=m \cdot 2^n$, $n \geq 1$ e $m=2,5,7$, con la possibile eccezione di un caso per $v=10$ e di un caso per $v=14$, [7]. Tale risultato risulta citato in *Contemporary Design Theory: a collection of survey* di J.H. Dinitz e D.R. Stinson del 1992. Affronta poi insieme a Mario Gionfriddo il problema dell'esistenza di blocking set in un t -design e, in particolare, caratterizza l'esistenza di blocking set in una classe di 3-disegni $S_\lambda(3,4,v)$, [8].

Nel 1978 Lindner e Rosa hanno segnalato come aperto e di non facile soluzione il problema della determinazione dello spettro di esistenza per i sistemi di quaterne ordinate di ordine v , OQS(v), per i quali Stanton e Mendelsohn hanno esaminato il problema dell'esistenza per $v \leq 9$. In [10] Micale studia gli OQS(v), dandone innanzitutto una rappresentazione algebrica e prova che esiste una corrispondenza biunivoca fra la famiglia degli OQS e una varietà di algebre finite. Da questa rappresentazione si ottengono alcune proprietà degli OQS.

I successivi lavori di Combinatorica lo vedono collaborare con Mario Pennisi con il quale ottiene numerosi risultati. La collaborazione inizia su questioni riguardanti i 3-ordered design, e in particolare i sistemi di quaterne ordinate. In [9] viene introdotta la nozione di 3-ordered design,

cioè una coppia (S, B) , dove S è un insieme di cardinalità v e B è un insieme di quaterne cicliche di S , tale che ogni terna ordinata di elementi distinti di S appartiene ad esattamente λ quaterne cicliche di B , come generalizzazione dei sistemi di quaterne ordinate introdotti da R.G. Stanton e N.S. Mendelsohn, e trova numerosi risultati sull'esistenza degli $O_\lambda(3,4,v)$ e degli $S_\lambda(3,4,v)$. Successivamente Micale affronta il problema di determinare coppie di OQS(v) aventi in comune un dato numero di blocchi ed in [12], dopo aver dimostrato che esistono solo due OQS(6) fra loro non isomorfi e 36 OQS(6) a due a due distinti, utilizza tale risultato per risolvere in modo completo il problema dell'intersezione per gli OQS(6). Affronta poi, in vari casi specifici, la tematica generale della determinazione dello spettro di esistenza di sistemi dotati di un automorfismo di dato tipo, in particolare ciclico o rotazionale.

Un Mendelsohn design $M(k,v)$ è una coppia (V, B) , dove V è un insieme di cardinalità v e B è un insieme di k -uple di Mendelsohn, tale che ogni coppia ordinata di elementi di V appartiene ad uno ed un solo blocco di B . Lo spettro di esistenza degli $M(4,v)$ è stato determinato nel 1987 da N. Brand e W.C. Huffman. Un $M(k,v)$ è detto ciclico, $CM(k,v)$, se ammette un automorfismo costituito da un singolo ciclo di lunghezza v . In [13, 14] Micale risolve in maniera completa il problema dell'esistenza dei $CM(k,v)$ per tutti i valori di k da 4 a 8. Successivamente, prendendo spunto dalla nozione di extended Mendelsohn triple system, EMTS(v), introdotta da F.E. Bennet come sistema, simile a un sistema di terne di Mendelsohn, Micale dà in modo naturale le definizioni di EMTS(v) ciclico e di EMTS(v) rotazionale e perviene alla risoluzione completa del problema di esistenza [15].

Altro tema di ricerca di Combinatorica studiato riguarda i sistemi di terne orientate. Per oriented triple system, OTS, si intende un sistema di terne che possono essere di Mendelsohn o transitive. Gli OTS sono stati introdotti da C.C. Lindner e A. Penfold Street nel 1984. In [16] si danno alcune costruzioni di OTS che permettono di determinare lo spettro di esistenza degli OTS ciclici e degli OTS rotazionali.

Nel 1989 C.J. Colbourn, W.R. Pulleyblank e A. Rosa hanno definito un c -ibrid triple system di ordine v , c -HTS(v), come una partizione di D_v in c terne cicliche e $v(v-1)/3 - c$ terne transitive. Tale nozione generalizza quelle di sistema di terne di Mendelsohn MTS(v) e di sistema di terne transitive o dirette DTS(v). In [18], con la collaborazione di Gardner, Pennisi e Zijlstra, viene risolto in modo completo il problema dell'esistenza di un c -HTS(v) ciclico e di un c -HTS(v) rotazionale. La soluzione di questo complesso problema ha richiesto l'uso di vari tipi di costruzioni, alcune delle quali originali. Gli ultimi lavori di Combinatorica risolvono in maniera completa i problemi di esistenza di Directed Triple System con dato automorfismo e di d-Cyclic Oriented Triple Systems.

3 Didattica della matematica

Negli anni '70 sorgono presso varie università italiane i Nuclei di Ricerca in Didattica della Matematica (NRD), che si occupano di ricerca e sperimentazione di nuovi contenuti e metodologie innovative nel campo della didattica della matematica, nonché della formazione degli insegnanti di matematica nelle scuole di ogni ordine e grado.

Nel 1978 Carmelo Mammana costituisce a Catania il Nucleo di ricerca e sperimentazione didattica della matematica del Dipartimento di Matematica, formato da docenti universitari e docenti della scuola secondaria. Biagio Micale ne fa parte e risulta essere il braccio destro di C. Mammana.

All'interno delle attività del Nucleo Micale studia tematiche di fondamenti della matematica e argomenti di natura storico-didattica ad essi collegate. Relativamente alla didattica della matematica, sviluppa una organica ricerca prevalentemente indirizzata a problemi riguardanti la didattica della geometria nelle scuole secondarie in relazione alle innovazioni contenute nei programmi di insegnamento in vigore o in via di sperimentazione. In modo particolare dà vita ad una serie di ricerche su problematiche didattiche legate allo sviluppo del tema sulle trasformazioni geometriche,

avendo come obiettivo quello di innestare e amalgamare tale tema con la tradizione “euclidea” dell’insegnamento della geometria nella nostra scuola.

In collaborazione con C. Mammana, esamina alcune difficoltà di apprendimento della geometria e illustra il ruolo delle trasformazioni geometriche elementari nell’insegnamento della scuola media; affronta il problema di come introdurre nel piano le isometrie e le similitudini e nello spazio le isometrie [22, 28], di come introdurre nell’insegnamento secondario il gruppo delle congruenze piane e il gruppo delle similitudini piane [23]; dà una esposizione organica delle connessioni fra le trasformazioni geometriche e la geometria elementare, privilegiando l’aspetto gruppale delle trasformazioni e sviluppando l’argomento mediante il metodo analitico, ritenuto più adatto per una trasposizione didattica [29-31]. Prendendo spunto dalla sistemazione assiomatica della geometria euclidea proposta da Hilbert, dà una caratterizzazione delle similitudini piane basata sul comportamento di due rette corrispondenti in una affinità [34]; esamina le affinità piane da diversi punti di vista per metterne in evidenza le proprietà fondamentali, con una presentazione che favorisca una immediata trasposizione didattica [35-38]; studia la geometria determinata dal gruppo delle affinità piane. Indica un opportuno insieme di generatori di tale gruppo, e, a partire da tale insieme, determina semplici modelli di alcune famiglie di figure [40]; studia la famiglia dei pentagoni, mettendone in luce proprietà invarianti rispetto alle affinità e pervenendo ad una loro classificazione affine, distinguendoli in ellittici, parabolici e iperbolici secondo che i relativi vertici individuino una ellissi o una parabola o una iperbole [41, 42]; individua inoltre una classificazione affine dei quadrilateri determinata da un invariante affine dei quadrilateri, che viene chiamato caratteristica, basato sulla nozione di rapporto semplice di tre punti allineati, in particolare perviene ad un “criterio di affinità” dei quadrilateri, secondo cui due quadrilateri convessi aventi la stessa caratteristica sono affini [43]. Studia infine con Carmela Milone la famiglia dei tetraedri mediante i gruppi di isometrie dello spazio che mutano un tetraedro in sé, pervenendo alla individuazione di sette famiglie di tetraedri, e indica una proposta didattica organica per individuare e studiare le simmetrie nei tetraedri [44, 45].

4 Fondamenti della matematica e ulteriori sviluppi in didattica della matematica

Nel 1993 G. Robert propone un progetto tendente a realizzare un “laboratorio di matematica”, inteso come attività di ricerca e di scoperta per gli alunni, e quindi a costituire una “biblioteca” di problemi stimolanti che risultino idonei allo scopo. Si apre per Micale un nuovo filone di ricerca sui fondamenti della matematica. Con la collaborazione di Pennisi e successivamente anche di Maria Flavia Mammana vengono studiate proprietà di figure del piano e di figure dello spazio e la ricerca è condotta soprattutto in vista di ricadute sulla formazione dei docenti e sull’innovazione del loro insegnamento.

La ricerca didattica della matematica si inserisce nell’ambito della problematica generale delle difficoltà legate ad atteggiamenti negativi verso la matematica e si propone di individuare temi e metodologie di lavoro. In particolare è stato approfondito lo studio del “laboratorio didattico di matematica”, in cui gli studenti sono protagonisti della costruzione delle loro conoscenze, lavorano in ambienti di apprendimento collaborativi impegnati in attività di “ricerca” che stimolino il loro interesse e facciano loro provare la soddisfazione della scoperta. In questo ambito sono stati quindi individuati alcuni temi, oggetto di ricerche fondazionali, che sono stati sviluppati ed utilizzati per progettare proposte didattiche innovative sotto forma di attività laboratoriali. Tali attività sono state poi sperimentate ed i relativi risultati sono stati oggetti di lavori di ricerca.

In [54], Micale insieme a Pennisi introduce la m -altezza di un quadrilatero generalizzando il concetto di altezza di un triangolo. Dopo aver trovato una formula per il calcolo dell’area di un qualsiasi quadrilatero convesso, caratterizza i quadrilateri aventi m -altezze concorrenti. Introduce poi la nozione di v -altezza, come generalizzazione di una m -altezza, e determina una ampia famiglia di quadrilateri per cui valgono analoghe proprietà di concorrenza. Nei successivi lavo-

ri Micale insieme a Maria Flavia Mammana e Mario Pennisi introduce nuove nozioni ottenendo numerosi risultati. In [56], dopo aver introdotto il concetto di baricentro di un insieme finito di punti dello spazio, Micale determina con un metodo unico e sistematico alcune proprietà generali che, applicate a poligoni e poliedri, fanno ottenere, in modo semplice e immediato, vecchi e nuovi risultati; in [57] mostra una sorprendente analogia tra quadrilateri e tetraedri, determinando alcune proprietà che valgono per entrambe le famiglie di figure e altre nuove proprietà dei quadrilateri; in [58] determina parecchie proprietà sulle v -altezze e sui v -assi, introduce il concetto di quadrilatero ortico di un quadrilatero, basato sulla nozione di v -altezza, e dimostra che i quadrilateri ortici hanno proprietà analoghe a quelle dei triangoli ortici.

Le Droz-Farny circonferenze di un triangolo sono una coppia di circonferenze di uguale raggio ottenute mediante particolari costruzioni geometriche. In [59], affronta il problema di vedere se e come proprietà analoghe della conciclicità valgono per i quadrilateri convessi; in [60] introduce la nozione di v -asse di un v -parallelogramma e determina parecchie proprietà sulle v -altezze e sui v -assi.

Alcuni dei precedenti risultati sono stati utilizzati per realizzare, insieme a docenti di scuola, delle attività laboratoriali. Fra le varie attività laboratoriali ricordiamo i volumi didattici: *Euclide al computer: proprietà geometriche e formule algebriche* [71]; *Esplorazioni e scoperte nel mondo dei quadrilateri* [72]; *Dai quadrilateri ai tetraedri: alla ricerca di sorprendenti analogie* [73]; *Guardiamo il mondo con i grafi* [74]. Questi lavori hanno riscosso molto successo. Ancora oggi sono utilizzati in attività di formazione docenti e hanno aperto la strada a riflessioni nell'apprendimento/insegnamento della matematica relative all'utilizzo della storia e al filone relativo al ruolo del corpo e del movimento.

Micale si è anche occupato di questioni di natura storico didattica. Ricordiamo i suoi interessanti contributi su: la teoria della computabilità [62], la dimostrazione automatica [63], la rappresentazione statistica [64], l'evoluzione dell'algebra con particolare riguardo al simbolismo [65], lo sviluppo della geometria nell'Ottocento [67], le trasformazioni geometriche elementari nella storia [69].

Uomo di spiccate doti umane e profonda fede religiosa, grazie alla quale ha maturato e dimostrato una contagiosa serenità interiore, ha sempre profuso costante impegno nella ricerca e nella didattica. Sempre disponibile con gli studenti, andò in pensione per motivi familiari, continuando a seguire sempre con attenzione i ricercatori che aveva avviato alla ricerca. Il Professore Biagio Micale lascia un grande vuoto tra le persone che gli sono state vicine.

Publicazioni

1) Pubblicazioni su questioni di fondamenti della matematica

1. Micale B., *Sugli Ω -gruppi privi di ideali propri*, *Le Matematiche*, vol. XXIX, n. 1 (1974), 1-13.
2. Micale B., *Il nucleo e il centro di un Ω -gruppo distributivo*, *Le Matematiche*, vol. XXXI, n. 2 (1976), 277-296.
3. Micale B., *Relazioni invarianti di un'algebra: caratterizzazioni di Ω -gruppi*, *Atti Sem. Mat. Univ. Modena*, vol. XXXII (1983), 367-378.
4. Micale B., *Sul centralizzatore del sistema di operazioni di certe algebre*, *Riv. Mat. Univ. Parma*, (4) 12 (1986), 89-100.
5. Ferro A., Micale B., *Sui modelli di una teoria del 1° ordine nei quali certe formule definiscono un modello di un'altra teoria*, *Le Matematiche*, vol. XXXIII, n.1 (1978), 203-224.
6. Cantone D., Ferro A., Micale B., Sorace G., *Decision procedures for elementary sublanguages of set theory. IV. Formulae involving a rank operator or one occurrence of $\sum(x) = \{\{y\} \mid y \in x\}$* , *Comm. Pure Appl. Math.*, vol. XL (1987), 37-77.

2) Pubblicazioni su questioni di combinatorica

7. Micale B., *Pairwise disjoint intersections among Steiner quadruple systems*, Journal of Inform. Optim. Sciences, vol. 9 (1988), 427-436.
8. Gionfriddo M., Micale B., *Blocking sets in 3-designs*, Journal of Geom., vol. 35 (1989), 75-86.
9. Micale B., Pennisi M., *On the 3-ordered designs*, Journal of Combin. Inform. System Sciences, vol. 13, nn.3-4 (1988), 65-73.
10. Micale B., *On the spectrum of ordered quadruple systems*, Journal of Combin. Inform. System Sciences, vol. 14, n.4 (1989), 178-181.
11. Micale B., Pennisi M., *Intersections among ordered quadruple systems*, Journal of Inform. Optim. Sciences, vol. 11, n.2 (1990), 263-283.
12. Micale B., Pennisi M., *On the number of non-isomorphic ordered quadruple systems*, Journal of Combin. Inform. System Sciences, vol. 15, n.1 (1990), 55-69.
13. Micale B., Pennisi M., *Cyclic Mendelsohn quadruple systems*, Ars Combinatoria 35 (1993), 225-235.
14. Micale B., Pennisi M., *Constructions of cyclic Mendelsohn designs*, Australasian Journal of Combin. 5 (1992), 169-177.
15. Micale B., Pennisi M., *On the extended Mendelsohn triple systems with a given automorphism*, Utilitas Mathematica 41 (1992), 161-168.
16. Micale B., Pennisi M., *Cyclic and rotational oriented triple systems*, Ars Combinatoria 35 (1993), 65-68.
17. Micale B., Pennisi M., *Cyclic decompositions of complete symmetric digraphs into four oriented quadrilaterals*, Utilitas Mathematica 48 (1995), 93-96.
18. Gardner R., Micale B., Pennisi M., Zijlstra R., *Cyclic and rotational hybrid triple systems*, Discrete Mathematics, 171 (1997), 121-139.
19. Micale B., Pennisi M., *On the directed triple systems with a given automorphism*, Australasian Journal of Combin. 15 (1997), 233-240.
20. Micale B., Pennisi M., *The spectrum of d-cyclic oriented triple systems*, Ars Combinatoria 48 (1998), 219-223.

3) Pubblicazioni su questioni di didattica della matematica

21. Attanasio R.B., Lizzio A., Mammana C., Mancuso G., Micale B., Milazzo F., Milici S., Pennisi M., Seminatore A., Vacirca V., *L'interdisciplinarietà nella Scuola Media: metodi e modelli matematici in discipline non matematiche*, Ricerche Didattiche, vol. 10, (1984), 241-289.
22. Mammana C., Micale B., *Il punto di vista dinamico nella geometria della scuola media: trasformazioni geometriche e proprietà delle figure*, Ricerche Didattiche, 290 (1985), 281-307.
23. Mammana C., Micale B., *Classi di generatori dei gruppi delle congruenze e delle similitudini piane: considerazioni e applicazioni didattiche*, Atti del VII Congresso G.M.E.L., Coimbra 1986, vol. II, 359-363.
24. Lizzio A., Mammana C., Micale B., Milazzo F., Milici S., Pennisi M., Vacirca V., *Ricerca sul ruolo dei problemi nell'educazione matematica. I. Problemi con condizioni sovrabbondanti*, L'insegnamento della Matematica e delle Scienze integrate, vol.9, n.8 (1986), 39-56.
25. Micale B., Milazzo F., Pennisi M., *Per un uso ragionato del calcolatore tascabile nella Scuola Media: spunti didattici*, Ricerche Didattiche, vol. 291, (1986) p. 11-24.
26. Lizzio A., Mammana C., Micale B., Milazzo F., Milici S., Pennisi M., Vacirca V., *Ricerca sul ruolo dei problemi nell'educazione matematica: I° Problemi con condizioni sovrabbondanti*, L'insegnamento della Matematica e delle Scienze integrate, vol. 9, (1986), 39-57.
27. Lizzio A., Mammana C., Micale B., Milazzo F., Milici S., Pennisi M., Vacirca V., *Ricerca sul ruolo dei problemi nell'educazione matematica. II. Problemi senza soluzioni. III. Problemi*

con più soluzioni, *L'insegnamento della Matematica e delle Scienze integrate*, vol.10, n.10 (1987), 1014-1035.

28. Micale B., *Geometria dello spazio: isometrie e simmetrie di solidi*, *Ricerche Didattiche*, 323 (1989), 69-79.

29. Mammana C., Micale B., *Gruppi di trasformazioni geometriche e geometria elementare. I. Geometria della retta*, *La Matematica e la sua Didattica*, Anno V, n.1 (1991), 4-12.

30. Mammana C., Micale B., *Gruppi di trasformazioni geometriche e geometria elementare. II. Geometria del piano*, *La Matematica e la sua Didattica*, Anno V, n.2 (1991), 14-24.

31. Mammana C., Micale B., *Gruppi di trasformazioni geometriche e geometria elementare. III. Geometria dello spazio*, *La Matematica e la sua Didattica*, Anno V, n.3 (1991), 4-16.

32. Mammana C., Micale B., *Quando due figure congruenti sono direttamente congruenti*, *Boll. UMI* (7), 6-A (1992), 425-430.

33. Mammana C., Micale B., *Alcuni problemi sulle isometrie e le figure piane nell'insegnamento secondario*, *La Matematica e la sua Didattica*, Anno VI, n.3 (1992), 4-7.

34. Mammana C., Micale B., *Una caratterizzazione delle similitudini del piano euclideo*, *La Matematica e la sua didattica*, n.4 (1994), 445-454.

35. Mammana C., Micale B. *Le affinità piane: I. Il rapporto di segmenti corrispondenti*, *La Matematica e la sua didattica*, n.1 (1995), 98-103.

36. Mammana C., Micale B. *Le affinità piane: II. Il rapporto di angoli corrispondenti*, *La Matematica e la sua didattica*, n.2 (1995), 228-232.

37. Mammana C., Micale B., *Le affinità piane: III. Invarianti*, *La Matematica e la sua didattica*, n.3 (1995), 386-393.

38. Mammana C., Micale B., *Le affinità piane: IV. Sottogruppi e generatori*, *La Matematica e la sua didattica*, n.4 (1995), 528-535.

39. Micale B., Pennisi M., *Sui criteri di congruenza dei triangoli*, *La Matematica e la sua Didattica*, n. 1 (1997), 84-91.

40. Mammana C., Micale B., *Modelli di famiglie di figure nella geometria affine*, *La Matematica e la sua Didattica*, n. 4 (1997), 446-460.

41. Mammana C., Micale B., *Classificazione e proprietà affini dei pentagoni. 1a parte*, *La Matematica e la sua Didattica*, n. 4 (1998), 222-223.

42. Mammana C., Micale B., *Classificazione e proprietà affini dei pentagoni. 2a parte*, *La Matematica e la sua Didattica*, n. 2 (1999), 446-456.

43. Mammana C., Micale B., *Una classificazione affine dei quadrilateri*, *La Matematica e la sua Didattica*, n. 3 (1999), 323-328.

44. Micale B., Milone C., *Tetraedri e isometrie*, *La Matematica e la sua Didattica* n. 2 (2000), 227-237.

45. Micale B., Milone C. *Simmetrie nei tetraedri: una proposta didattica*, *La Matematica e la sua Didattica*, n.4 (2000), 450-463.

46. Mammana M.F., Micale B., *Quadrilaterals of triangle centres*, *The Mathematical Gazette* 92(525) (2008), 466-475.

47. Micale B., Pennisi M., *Simmetrie nei poligoni*, *La Matematica e la sua Didattica*, vol. 3, (2003), 340-353.

48. Micale B., *Affinità e quadrilateri convessi*, *La Matematica e la sua Didattica*, n. 3 (2002), 308-319.

49. Micale B., *Problèmes de maximum et de minimum pour les triangles*, *Mathématique et Pédagogie*, n. 140, (2003), 5-23.

50. Micale B., Milazzo F., Pennisi M., *Le grandezze geometriche: una visione unitaria*, *L'insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, vol. 2, (2004), 147-160.

51. Greco R., Micale B., Milazzo F., *L'atelier de mathématique: une activité de recherche sur les quadrilatères*, *Mathématique et Pédagogie*, n. 146 (2004), 23-35.

52. Lo Cicero A., Micale B., Milone C., *Visualizzazioni in geometria: previsioni di regolarità fra ombre e colori*, L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate, Parte I: vol. 28, n.2, 2005, 143-160; Parte II: vol. 28A, n.3 (2005) 223-243.
53. Mammana M. F., Micale B., *Forme canoniche delle equazioni delle similitudini*, La Matematica e la sua Didattica, n. 2 (2005), 229-242.
54. Micale B., Pennisi M., *On the altitudes of quadrilaterals* International Journal Of Mathematical Education In Science And Technology, vol. 1 (2005), 15-24.
55. Micale B., Milone C., *Sul problema didattico delle definizioni: un'attività sperimentale nella scuola media*, L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate, vol. 29A, n.5 (2006), 529-553.
56. Mammana M. F., Micale B., Pennisi M., *On the Centroids of Polygons and Polyhedra*, Forum Geometricorum, 8 (2008), 121-130.
57. Mammana M.F., Micale B., Pennisi M., *Quadrilaterals and tetrahedra*, International Journal Of Mathematical Education In Science And Technology, vol.40, 6 (2009), 817-828.
58. Mammana M.F., Micale B., Pennisi M., *Orthic quadrilaterals of a convex quadrilateral*, Forum Geometricorum, vol. 10, (2010), 79-91.
59. Mammana M.F., Micale B., Pennisi M., *The Droz-Farny Circles of a Convex Quadrilateral*, Forum Geometricorum, vol. 11, (2011), 109-119.
60. Mammana M.F., Micale B., Pennisi M., *Properties of Altitudes and Vaxes of a Convex Quadrilateral*, Forum Geometricorum, vol. 12 (2012), 47-61.
61. Mammana M.F., Micale B., Pennisi M., *Analogy and dynamic geometry system used to introduce three-dimensional geometry*, International Journal of Mathematical Education In Science And Technology, vol. 43 (2012), 818-830.

4) Pubblicazioni su questioni di natura storico-didattica

62. Ferro A., Micale B., *Sulla teoria della computabilità*, Archimede, n.3 (1979), 149-163.
63. Ferro A., Micale B., *Pensiero-Simbolo-Macchina: dal sogno di Leibniz alla dimostrazione automatica*, Ricerche Didattiche, nn.282-283 (1985), 37-62 .
64. Maffettone S., Micale B., *Rappresentazione statistica*, in Enciclopedia, vol. 11, Einaudi, 1980, 584-602.
65. Micale B., *L'evoluzione dell'algebra con particolare riguardo al simbolismo: cenni storici, considerazioni didattiche*, L'Educazione Matematica, suppl. IV, n.1 (1983), 81-96.
66. Micale B., *Esercitazioni Matematiche: una rivista ad uso degli studenti universitari*, L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate, vol. 15, n.6 (1992), 573-587.
67. Micale B., *Alcune linee dello sviluppo della Geometria nell'Ottocento*, Cultura e Scuola, 92 (1984), 242-259.
68. Micale B., *Dall'abaco al computer*, Educazione Scientifica, Nuova ERI, Ed. RAI, n.6 (1991), 21-27.
69. Mammana C., Micale B., *Le trasformazioni geometriche elementari nella storia, nella cultura e nella didattica*, Scuola e Didattica, Anno XXXV, n.1 (1991), 4-12.

5) Volumi didattici

70. Lizzio A., Mammana C., Micale B., Milazzo F., Milici S., Pennisi M., Vacirca V., *Statistica Probabilità Logica: una proposta didattica per la scuola media*. (1983) CATANIA: Tringale 1-102.
71. Anzalone A., Margarone D., Micale B., *Euclide al computer: proprietà geometriche e formule algebriche*. (2003) Catania: La Tecnica della scuola.
72. Aleo M.A., Inturri A., Mammana M.F., Margarone D., Micale B., Pennisi M., Zinna C., *Esplorazioni e scoperte nel mondo dei quadrilateri*. (2006) CATANIA: La Tecnica della Scuola, 1-124.

73. Mammana M.F., Margarone D., Micale B., Pennisi M., Pluchino S., *Dai quadrilateri ai tetraedri: alla ricerca di sorprendenti analogie.* (2009) CATANIA: La Tecnica della Scuola 1-143.

74. Aleo M.A., Ferrarello D., Inturri A., Jacona D., Mammana M.F., Margarone D., Micale B., Pennisi M., Pappalardo V., *Guardiamo il mondo con i grafi.* (2010) CATANIA:La Tecnica della Scuola, 1-141.

75. Aleo M.A., Fasciano M.C., Ferrarello D., Inturri A., Mammana M.F., Micale B., Pappalardo V., Pennisi M., *20 anni di etniade.* (2011) CATANIA: La Tecnica della Scuola 1-320.